SUMMARIUM

VAN

BEGINSELEN, BESCHOUWINGEN EN VOORSCHRIFTEN,

ONTLEEND UIT DE REDENEERKUNDE,

EN WELKER KENNIS NOODZAKELIJK IS VOOR
HET VERSTAND EN VOOR HET GEBRUIK.

DER

WISKUNDIGE METHODE.

TWEEDE DRUK.

LEIDEN,
BIJ P. ENGELS.

1850.

SUMMARIUM

VAN

BEGINSELEN, BESCHOUWINGEN EN VOORSCHRIFTEN,

ONTLEEND UIT DE REDENEERKUNDE,

EN WELKER KENNIS NOODZAKELIJK IS VOOR HET VERSTAND
EN VOOR HET GEBRUIK

DER

WISKUNDIGE METHODE.

TWEEDE DRUK.

LEIDEN,
BIJ P. ENGELS,

1850.

GEDRUKT BIJ J. G. LA LAU, TE LEIDEN.

In de navolgende bladzijden zijn, bij geregelde opvolging, uitgedrukt, genoemd of aangeduid, die hoofdpunten van gronden, beschouwingen en regels der Logica, *op welke men inzonderheid moet letten, bij het volgen der academische lessen over de elementaire wiskunde.*

Zal de voortzetting der beoefening van eenige beginselen der wiskunde aan het oogmerk beantwoorden, om het begrip meer te openen, het oordeel te scherpen, en het denkvermogen in het algemeen juister te rigten bij elk onderzoek van het ware, — dus ook om het verstand nuttiglijkst te oefenen, aan naauwkeurigheid van overwegen te gewennen, meer kracht bij te zetten en te vormen, — en om wetenschappelijken zin en wijsgeerige studie te bevorderen, — dan behoort vooral betracht te worden de eenvoudige en heldere, maar ook de ordentlijke en bondige, de stelselmatige en strenge wijze, welke in de wiskunde tot waarheid voert, en zekere en volledige kennis doet ontstaan, dat is op de **METHODE**, — *volgens welke de onderwerpen der wiskunde, als die eener zuivere logische wetenschap, bij uitnemendheid kunnen en moeten behandeld worden, — en door welke alleen de pas genoemde vormende invloed wordt uitgeoefend.*

In een eerst gedeelte van den loop mijner lessen over onderwerpen van elementaire wiskunde, tracht ik voortdurend de aandacht op dit belangrijk punt van voorbereidende studie opzettelijk te vestigen. Hetgeen tot de methode *behoort, — wat zij is, — wat zij leert en geeft, — hoe hare beginselen en voorschriften moeten worden begrepen en aangewend, — in welk opzigt zij wenschelijke vruchten kan dragen bij de beoefening van elke wetenschap, — dit een en ander wordt in bijzonderheden ontvouwd.*

Maar de methode *moge gekenmerkt zijn door de wijze, waarop de stof der wiskunde zamenhangt, wordt blootgesteld en behandeld, haar wezen toch en de reden van hare voortreffelijkheid zijn eeniglijk daarin gelegen, dat die stof is een louter gewrocht van het verstand, door aftrekking verkregen. Daarom is de* wiskundige methode *de zuivere, de strenge*, redekundige methode; — *daarom kunnen de beginselen en voorschriften der* Logica, *in de wiskunde bij uitnemendheid, ganschelijk of onbeperkt gevolgd worden; — maar zij moeten dit ook uit den aard van het onderwerp; men kan en mag er niet van afwijken. De behandeling van de stof der wiskunde verstrekt, in dezen zin, het uitmuntendste voorbeeld van juiste toepassing dier beginselen en voorschriften. Doch op deze behoort dan, ten aanzien van verhouding en zamenhang, gelet te worden; zij moeten in oorsprong, in wezen en in verband, worden gekend.*

Om het erlangen van deze kennis te bevorderen, orde en overzigt duidelijk te maken, is het Summarium, *van hetwelk thans een verbeterde herdruk wordt gegeven, tot gebruik voor mijne Toehoorders opgesteld. Dat gebruik gaf reeds de voldoening van te mogen opmerken, dat deze soort van handleiding een niet ongeschikt hulpmiddel was, om beter te verstaan en te overdenken, hetgeen ik, als Inleiding tot mijne lessen, steeds tracht te verklaren. Mogt dit voortdurend ondervonden worden, zoo lang ik onverflaauwd kan voortgaan naar het doel van mijn streven, om oefeningen tot wetenschappelijke vorming nuttiglijk te rigten en te ondersteunen.*

LEIDEN,
September 1850. G. J. VERDAM.

EERSTE HOOFDSTUK.

OVER HET DENKEN; OVER BEVATTINGEN EN BEGRIPPEN OF DENKBEELDEN; OVER DE WETTEN, BEGINSELEN OF GRONDSLAGEN VAN HET DENKEN; OVER WAARHEID EN OVER METHODE.

§ I.

Over het denken.

1. Over het kenvermogen (*facultas cognoscendi*).
2. Gewaarwordingen (*sensus*). Uitwendige en inwendige gewaarwording (*sensus externus et internus*). Voorstellingen, zoo inwendige als uitwendige (*repraesentamina*).
3. Kenmerken, kenteekenen van dingen (*notae*, *characteres*).

Inwendige, uitwendige kenmerken (*notae internae*, *externae*).

Eigene, oorspronkelijke, volstrekte en betrekkelijke, ontleende kenmerken (*notae propriae*, *absolutae*, *relativae*).

Noodzakelijke, wezentlijke, onveranderlijke kenmerken (*notae necessariae*, *essentiales*, *immutabiles*); toevallige, bijkomende, veranderlijke kenmerken, (*notae fortuitae*, *accidentales*, *mutabiles*).

Hoofdkenmerken, eerste, naaste kenmerken (*notae principales*, *primae*, *proximae*); onderhoorige, afgeleide, verwijderde kenmerken (*notae subordinatae*, *consequentes*, *remotae*).

Gemeenschappelijke, algemeene, bijzondere kenmerken (*notae communes*, *universales*, *particulares*).

Bevestigende, ontkennende kenmerken (*notae affirmantes*, *negantes*).

4. Wat denken is; waarin het denken bestaat.
5. Grondwerkingen van het denkvermogen. *Opmerken*, *verbinden*, *afscheiden*, *vaststellen*, *begrenzen*.
6. Verstandsverrigtingen bij het denken. *Begrijpen*, *oordeelen*, *besluiten*.
7. Bestanddeelen (*elementa*) van gedachten, van of voor het denken. *Bevattingen*, *begrippen*, *denkbeelden*, *oordeelen*, *redebesluiten*.

§ II.

Over bevattingen *en* begrippen.

1. Bevattingen (*conceptus*, *perceptiones*).
2. Begrippen (*notiones*); denkbeelden (*ideae*).

   Onderscheid tusschen begrip en denkbeeld.
   Gegevene en gevormde begrippen of denkbeelden; waarom de laatste voor juiste verklaring bij uitnemendheid vatbaar zijn.
3. Hoegrootheid (*quantitas*) van begrippen.
   Ruimte, uitgestrektheid, omvang, kring (*extensio*, *ambitus sphaera*) van begrippen.
   Inhoud, stof (*intensio*, *argumentum*) van begrippen.

   Omgekeerde verhouding tusschen omvang en inhoud van begrippen.
4. Hoofdbegrippen; hoogere begrippen (*notiones superiores*); geslachts-begrippen. Ondergeschikte begrippen (*notiones subordinatae*); lagere of onderhoorige begrippen (*notiones inferiores*), soort-begrippen.
5. Benamingen, in gebruik bij begrips-verdeelingen.
   Geslachten (*genera*); soorten of vormen (*species*, *formae*); on-

deeligen (*individua*). Naastbijkomend geslacht (*genus proximum*); verwijderd geslacht (*genus remotum*, *superius*); hoogste geslacht (*genus supremum*). Ondersoort, ondervorm, lagere vorm (*species*, *-forma*, *- inferior*, *forma minor*); nevenvorm (*coforma*, *codivisio*).

Grooter omvang en kleiner inhoud van de geslachtsbegrippen dan van die der soorten. Noodzakelijkheid van het aanwezen der geslachts-kenmerken onder de kenmerken der soorten en individuën. Vruchtbaar beginsel van redeneerkunde, hieruit voortvloeijende.

6. Onderscheiding van begrippen ten aanzien van *omvang* of *kring*. Algemeene, bijzondere, enkelvoudige of ondeelige begrippen (*notiones*, *- ideae*, *- universales*, *particulares*, *singulares*).
7. Onderscheiding van begrippen ten aanzien van *inhoud* of *stof*. Eenvoudige, zamengestelde begrippen (*notiones simplices*, *complexae*).
8. Afgetrokken begrippen (*ideae abstractae*); zamenvattende begrippen of denkbeelden (*ideae concretae*).
9. Onderscheiding van begrippen ten aanzien van hoedanigheid (*qualitas*) en onderlinge betrekking (*relatio*), voortvloeijende uit hunne vergelijking.

a. Ten aanzien van *hoedanigheid.*

Duidelijke of onderscheidende begrippen (*ideae*, *-notiones*, *-distinctae*); heldere of klare begrippen (*ideae clarae*).

De laatstgenoemde zijn of slechts helder door uitwendige onderscheiding (*claro-confusae*, *extensive distinctae*), of geheel en al door inwendige onderscheiding (*claro-distinctae*, *intensive distinctae*).

Bij duidelijkheid wordt onderscheiden het *volkomen*, *volledig*, *onvolkomen* of *onvolledig* zijn van een begrip.

Onduidelijke begrippen; verwarde begrippen (*ideae confusae*).

b. Ten aanzien van *onderlinge betrekking.*

Vereenigbare, overeenstemmende of zamenstemmende begrippen (*notiones congruentes*).

Wederkeerige, gelijkluidende, identieke, *volstrekt* overeenstemmende begrippen (*notiones reciprocae*, *aequipollentes*, *identicae*).

Vereenigbare, *betrekkelijk* overeenstemmende begrippen, en wel zamengeordende (*coördinatae*) of ondergeordende (*subordinatae*).

Onvereenigbare, niet overeenstemmende, strijdige begrippen (*notiones discrepantes*).

Uitsluitend of volstrekt strijdige begrippen (*notiones repugnantes, contradictoriae*).

Tegengesteld of betrekkelijk strijdige begrippen (*notiones repugnantes-contrariae*).

§ III.

Over de algemeene denkwetten; *over* waarheid, *en over hetgeen men* Methode *noemt.*

1. Over den vorm van het denken, bepaald door beginselen, algemeene wetten of grondslagen.
2. Over de *denkwetten* of beginselen van denken.

a. Beginsel van noodzakelijke of onvermijdelijke kenmerking (*principium determinationis necessariae*).

Elk ding, elk onderwerp eener gedachte, hebbe een praedicaat.

b. Beginsel van eenzelvigheid of volkomene overeenstemming (*principium aequipollentiae, identitatis*).

In elke gedachte moet het onderwerp eenzelvig, gelijkgeldend zijn met het gedachtte.

c. Beginsel van tegenstrijdigheid (*principium repugnantiae*).

Tegenstrijdige kenmerken zijn onvereenigbaar. Het gelijktijdig *zijn* en *niet zijn* is onmogelijk.

d. Beginsel van het uitsluitend derde (*principium exclusionis, principium exclusi medii, principium exclusi tertii inter duo repugnantia sive contradictoria*).

Tusschen *zijn* en *niet zijn* ligt geen midden. Men moet besluiten tot

zijn, en dus tot *waar*, zoo het *niet zijn*, en dus het *tegengestelde*, is onmogelijk of valsch.

e. Beginsel van voldoende reden (*principium rationis sufficientis*).

Elke gedachte hebbe genoegzamen grond. Geene juiste gevolgtrekkingen uit een toegestemd beginsel kunnen ontkend worden, of, zoo het beginsel is aangenomen moeten ook de gevolgtrekkingen toegestemd worden.

3. Waarheid. Waarheid van voorstelling; waarheid van gedachte. Valschheid, onmogelijkheid, dwaling.

Objectieve en subjectieve waarheid.

4. Noodzakelijkheid, zekerheid, klaarblijkelijkheid; onzekerheid, waarschijnlijkheid.

5. Methode. Wat men, in de redeneerkunde, door *Methode*, in het algemeen, verstaan moet.

6 Voorloopige verklaring van het begrip van *wiskundige Methode.*

Zij verwezenlijkt volkomenlijk de zuivere logische Methode, maar heeft evenwel, door de stof en het doel der wiskunde, een eigen karakter.

TWEEDE HOOFDSTUK.

OVER OORDEELEN, UITDRUKKINGEN OF VOORSTELLEN IN HET ALGEMEEN, EN OVER DE ZOOGENAAMDE WISKUNDIGE VOORSTELLEN IN HET BIJZONDER.

§. I.

Over de oordeelen, *hunne onderscheidingen enz. in het algemeen.*

1. Wat een oordeel is (*judicium*). Wat men verstaan moet door uitspraak, uitdrukking, voorstel (*effatum*, *enunciatum*, *enunciatio*, *propositio*).
2. Termen van een oordeel (*termini*). Hoofd-denkbeeld, onderwerp, het subject (*subjectum*), hoofd-term (*terminus antecedens*). Nevendenkbeeld, het geoordeelde, het gedachte, het gezegde, de hoedanigheid, het praedicaat (*praedicatum*), neventerm (*terminus consequens*). Verbindings-woord, verbinding (*copula*). Stof en vorm van een oordeel. Eenvoudige en zamengestelde termen.
3. Onderscheiding van judicia, ten aanzien van hoedanigheid (*qualitas*), — omvang of uitgestrektheid (*quantitas*), — soort (*species*), — gebruik (*usus*), — klaarblijkelijkheid (*evidentia*).

Hoedanigheid heeft betrekking tot het praedicaat; — *hoegrootheid* ziet op het subject; — *soort* op inhoud, op meerdere of mindere zamenstelling der termen; — *gebruik* op de strekking, naar gelang deze is beschouwend, aantoonend of uitvoerend; — *klaarblijkelijkheid* eindelijk betreft de gronden voor het verband van subject en praedicaat, welke zijn zeker, noodzakelijk of waarschijnlijk, mogelijk.

4. Toestemmende, bevestigende oordeelen (*judicia affirmantia, ajentia*); ontkennende, uitsluitende oordeelen (*judicia negantia*).

5. Algemeene, bijzondere, enkelvoudige oordeelen (*judicia universalia, particularia, singularia*).

Betrekkingen der uitgestrektheden van subject en praedicaat.

6. Gelijkgeldende, wederkeerige oordeelen (*judicia aequipollentia, reciprocabilia*).

7. Over de omzetting of verwisseling der oordeelen, met behoud van qualiteit, bij gelijkstelling (*conversio*), of met verandering van qualiteit, bij tegenoverstelling (*contrapositio*).

8. Onderscheiding der oordeelen, wanneer men gelijktijdig let op de quantiteit en de qualiteit.

Algemeen bevestigende oordeelen (A); algemeen ontkennende oordeelen (E); bijzonder bevestigende oordeelen (I); bijzonder ontkennende oordeelen (O).

Omzetting of omkeering der judicia E, I, O.

9. Figuurlijke voorstelling van judicia.

10. Onderscheiding van oordeelen of voorstellen, ten aanzien van den vorm der onderlinge betrekking (*forma relationis*) tusschen de termen, in stellige oordeelen (*judicia categorica*), vooronderstellende of voorwaardelijke oordeelen (*judicia hypothetica*), en scheidende oordeelen (*judicia disjuncta, disjunctiva*).

11. *Categorische* voorstellen of oordeelen. Algemeene vorm van deze oordeelen. Eenvoudige en zamengestelde categ. oordeelen. Omkeering dezer oordeelen.

De zamengestelde, zoo toekennende als ontkennende, zijn verbondene of conjunctive oordeelen (*judicia conjuncta, conjunctiva*).

12. *Hypothetische* oordeelen of voorstellen. Algemeene vorm, onder welken zij kunnen gedacht of genoemd worden. De termen heeten

hypothesis, *conditio*, *principium*, en *thesis*, *conditionatum*, *consequentia*. Eenvoudige en zamengestelde hypoth. oordeelen. Over de *modi* in de hypothetische oordeelen.

Zij bestaan in het stellende en tegenstellende van *antecedens* en *consequens*, waardoor het aannemen der gevolgtrekking, of het opheffen of verwerpen van het beginsel moet plaats hebben.

Over het mogelijke en onmogelijke der *conversie* in deze voorstellen, gelijk ook over de contrapositie.

Over het belangrijke der beschouwing van de hypothetische oordeelen in de wiskunde.

13. *Disjunctive* oordeelen of voorstellen. Algemeene vorm. Onderscheiding van *membra* of *disjuncta* in den consequens.

Bij volledigheid in aantal moeten deze leden volstrektelijk disjunct wezen en zelfs tegenstrijdig.

Voorwaarden of regels, hierop gegrond, en voor het aannemen of verwerpen van een gedeelte des praedicaats of van het geheele subject noodzakelijk.

§. II.

Over de wiskundige oordeelen *of* voorstellen *in het bijzonder.*

1. Wat men verstaan moet door wiskundige uitdrukkingen of voorstellen (*enunciationes* vel *propositiones mathematicae*. Het kenmerkende van deze oordeelen.
2. Zij zijn rangschikkende, grondvestende, vaststellende, voorstellende, afleidende, gevolgtrekkende, opmerkende enz. en heeten: *begrips-verdeelingen* (*divisiones*), *begrips-verklaringen* of *bepalingen* (*definitiones*); — *axiomata*, *postulata*, *theoremata*, *problemata*; — *lemmata*, *hypotheses*; — *porismata*, *consecta-*

ria, scholia. Onder deze onderscheidt men nog de *beschouwende* en de *uitvoerende*, de *bewijsbare* en de *onbewijsbare.*

3. Over de begrips-verdeelingen (*divisiones*).
Wat men door deze scheidende oordeelen te verstaan hebbe. De termen maken uit het verdeelde (*divisum*) en de verdeeling (*divisio*).
Noodzakelijkheid der verdeelingen.
Verdeeling door *synthesis* en door *analysis.*
Grondslagen van verdeeling (*fundamenta divisionis*).

Zij moeten waar of wezentlijk zijn.

Over hetgeen men noemt *disjuncta*, *subdivisa* of *divisiones*, *codivisiones*, *subdivisiones*; *indivisa* en *individua.*

Onderscheid tusschen *divisie* en *partitie.* Hoe of men dit in de wis- en natuurkunde kan begrijpen.

4. *Regels* of voorwaarden, bij het logisch verdeelen in acht te nemen.
   a. Het bestaan van grondslag tot verdeeling.
   b. Het behoud der geslachts-kenmerken in de disjuncta, subdivisa en individua.
   c. Volledigheid der verdeeling; gelijkgeldigheid van het verdeelde en der verdeeling.
   d. Onderlinge uitsluiting der disjuncta.
   e. Juiste opvolging van disjuncta en subdivisa.
   f. Het letten op gepaste grenzen van verdeeling.

5. Over de begrips-verklaringen, bepalingen (*definitiones*).
Wat men door deze gelijkgeldende of wederkeerige oordeelen moet verstaan. De termen zijn hier het *definitum* of bepaalde, en de bepaling (*definitio*).
Onontbeerlijkheid der bepalingen als grondslagen van redenering.

Onderscheid tusschen bepaling, verklaring en beschrijving van begrippen. Woordverklaringen.

Onderscheiding van bepalingen in *theoretische* en *practische*; deze laatste in bepalingen door oorzaak of door wording (*definitiones causales*, *geneticae*); verder in *synthetische* en *analytische* bepalingen.
Over onbepaalbare begrippen (*indefinita*).

6. *Regels*, wetten of voorwaarden, bij het bepalen volstrektelijk in acht te nemen.

a. Opgave of uitdrukking der wezentlijke en van het juist gevorderde aantal van kenmerken.

Derhalve het zoogenaamd distinct en disjunct zijn der kenmerken.

b. Volledigheid der definitie.

Zij hebbe niets overtolligs noch ontbreke er iets; noch te ruim noch te eng bepalen.

c. Het bepaalde en de bepaling moeten zich even ver uitstrekken.

Hierdoor toetst men het niet onvolledig zijn.

d. Bondigheid, door alleenlijk te bepalen bij het naaste geslacht (*genus proximum*).

e. Noch het begrip door de zaak, noch in een kring te bepalen; noch door *synonyma*, noch door onduidelijke begrippen of woorden.

f. Het gebruik van ontkenningen vermijden, zoo dit, zonder te kort te doen aan bondigheid en duidelijkheid, mogelijk is.

7. Over de bepalingen in de wiskunde. Mogelijke volkomenheid der bepalingen in deze wetenschap.

Nuttigheid van het gebruik der genetische bepalingen in de mathesis.
Beoordeeling van eenige bepalingen uit de elementaire Meetkunde.

8. *Axiomata*, *decreta*; beschouwende onbewijsbare voorstellen, maar den grond van waarheid in zich bevattende. Onontbeerlijkheid der axiomata als grond-oordeelen.

Behoedzaamheid, bij het stellen of aannemen van voorstellen als axiomata in acht te nemen.

9. *Postulata*; geoorloofde of vereischte verstandsverrigtingen bij het redeneren; uitvoerende onbewijsbare, doch geene aanwijzing behoevende, voorstellen.

10. *Theoremata*; leerstellingen; beschouwende bewijsbare hypothetische oordeelen. De termen zijn de onderstelling (*hypothesis*), en de stelling (*thesis*).

Omgekeerde theoremata (*inversa*).

De *modi* der hypothetische oordeelen leeren naauwkeuriglijk het niet doorgaand zekere van het omgekeerde uit het regtstreeksche.

11. *Problemata*; opgaven, werkstukken; uitvoerende bewijsbare voorstellen. De termen zijn de opgave, het gegevene (*datum*), en de eisch, de vraag, het begeerde (*quaesitum*).

12. *Lemmata*; tusschenstellingen, hulpstellingen; voorafgaande of van elders ontleende leerstellingen.

13. *Hypotheses*; vooronderstellingen.

14. *Porismata*. Verschillende beteekenissen dezer voorstellen.

15. *Consectaria*, *corollaria*; gevolgstellingen, bijstellingen, die theoremata of problemata tot beginselen hebben.

16. *Scholia*; verklarende uitdrukkingen of oordeelen, bijvoegselen, aanmerkingen, opmerkingen, leeringen.

DERDE HOOFDSTUK.

OVER SLUITREDENEN, OVER BEWIJSVOERING, EN OVER DE WISKUNDIGE METHODE.

§. I.

Over de sluitredenen.

1. Wat men door redebesluiten, sluitredenen (*syllogismi*) moet verstaan.

   Zij houden drie onderscheidene begrippen in, door middel van welke een oordeel uit oordeelen gevormd wordt. Het zijn de naaste bestanddeelen van redeneringen, die tot bewijs voeren (*argumentationes*).

2. Over *Inductie* en *Analogie.*

   Volkomene en onvolkomene inductie; gebruik van de eerste in bewijsvoering. Wanneer of men, door inductie in het algemeen, in beschouwing en voordragt van onderwerpen der wiskunde, kan besluiten of mag leeren besluiten.
   Nuttigheid van het gebruik der Analogie, zoowel als van de inductie, in de wetenschappen.

3. Onmiddelijke gevolgtrekkingen (*consequentiae immediatae*).
4. Oordeelen van een syllogismus. *Praemissa* of *praemissae*; hoofdstelling (*propositio*), nevenstelling (*assumtio*), gevolgtrekking of besluit (*conclusio*).
5. Over de termen van het syllogismus. Uiterste termen (*extremi*);

middenterm (*medius*). Hoofdbegrip (*major*); ondergeschikt begrip (*minor*); midden-begrip, tusschen-begrip, besluitvormend begrip (*medius*). Plaatsen dezer termen in de judicia van het syllogismus.

6. Grondslag of beginsel der sluitredenen. Deelen, of onderscheidingen, welke men in den grondslag kan opmerken.
7. *Algemeene regels* of *wetten*, bij het vormen of beoordeelen van sluitredenen in acht te nemen.
   a. Het syllogismus kan slechts drie termen inhouden. Syllogismus van vier termen; valsch syllogismus.
   b. Met louter ontkennende praemissen kan men niet tot het zekere besluiten.
   c. Evenmin voeren particuliere praemissen tot besluit.

      Of liever, de medius kome niet twee malen als bijzonder begrip voor, tenzij uitdrukkelijk in dezelfde beteekenis en uitgestrektheid.

   d. De medius kan onmogelijk in het besluit voorkomen.
   e. De conclusie kan niet meer bevatten dan in de praemissen ligt opgesloten.

      Derhalve moet, in de conclusie, het lagere begrip of oordeel steeds gevolgd worden.

   f. De conclusie zal dan ook ontkennend moeten zijn of particulier, zoo eene der praemissen ontkent, of geene algemeene stelling is.

      De juiste onderscheidingen hieromtrent kan men, bij de betrachting der zoogenaamde figuren van syllogismi, in de bijzonderheden opmerken.

---

8. Onderscheiding van syllogismi in eenvoudige en zamengestelde. Benamingen van sluitredenen.
9. Over het *categorisch syllogismus*. Bepaling; algemeene uitdrukking of voorstelling van dit syllogismus.
10. Over het *hypothetisch syllogismus*. Bepaling; algemeene voorstelling.

Het is bevestigend of ontkennend, naar gelang de voorwaarde wordt aangenomen, of dat het gevolg wordt verworpen.

11. Scheidend of *disjunctief syllogismus.* Bepaling; algemeene vormen.
Voorwaarden van welke de hoedanigheid der conclusie afhangt.

12. Over het verbindend syllogismus, inzonderheid het verbindend ontkennend syllogismus (*syllogismus conjunctus negans*). Bepaling; algemeene vorm. Besluitregels.

De besluitregels zijn gegrond op het niet te gelijk waar of valsch zijn, of op de mogelijkheid van het te gelijk valsch zijn der deelen van het praedicaat der propositie.

13. Over het *dilemma*, *trilemma*, enz. Bepaling; algemeene uitdrukking; besluitvoorwaarden.

14. Gekort of geknot syllogismus (*enthymema*).

15. Over de bewijs-inhoudende of bewijsvoerende sluitreden (*epicheirema*). Bepaling. De vorm kan tot een der syllogismi, in art. 9—14 genoemd, behooren.

16. Over de aaneengeschakelde sluitreden (*sorites*). Bepaling. Herleiding van het geheele syllogismus, of van de hoofd-bestanddeelen, tot hypothetische oordeelen.

Nuttig gebruik der epicheiremata, en vooral der hypothetische sorites, in de beschouwingen en ontwikkelingen der Meetkunde en der Algebra.

---

17. Over de zoogenaamde figuren of vormen van voorstellingen (*figurae*) van sluitredenen, en over de besluitwijzen (*modi*).

De figuren zijn bepaald door de schikking der termen in de praemissen, en inzonderheid door de plaats van den medius.

Hiervan en van de qualiteiten en quantiteiten der praemissen, en lettende tevens op de besluit-regels (art. 7), hangen de *modi* af.

18. Er zijn 4 figuren. Zonder op het bestaan van tegenstrijdigheden of onmogelijkheden te letten, zou men 64 modi kunnen tellen; doch er kunnen slechts 19 mogelijke modi aangewezen worden, en onder deze is het aantal van volstrektelijk onderscheidene of verschillende modi niet grooter dan 10.

19. **Eenige opmerkingen over elke van de vier figuren der sluitredenen in het bijzonder, en over het vormen der modi.**

α. *Eerste figuur.* De medius is opvolgend subject en praedicaat in de praemissen. De propositie moet algemeen zijn; de assumtie bevestigend; — eene ontkenning zou mogelijk wezen, ingeval medius en major gelijke quantiteiten kunnen hebben; — de conclusie kan zoowel bijzonder als algemeen bevestigend, en eveneens ontkennend wezen. — Er zijn slechts 4 modi mogelijk; algemeene woordelijke uitdrukking en figuurlijke voorstelling. Symbolisch worden de modi aldus beteekend:

A,A,A ; A,I,I ; E,A,E ; E,I,O.

β. *Tweede figuur.* De medius is praedicaat in de praemissen. De propositie zij algemeen; eene der praemissen moet ontkennend wezen; de conclusie kan niet bevestigen. Hieruit maakt men wederom 4 modi op, namelijk:

A,E,E ; A,O,O ; E,A,E ; E,I,O.

γ. *Derde figuur.* De medius is subject in de praemissen. De assumtie kan niet ontkennend, en de conclusie niet algemeen zijn.

Op grond hiervan komt men tot 6 modi, te weten:

A,A,I ; A,I,I ; E,A,O ; E,I,O ; I,A,I ; O,A,O.

δ. *Vierde figuur.* De medius is opvolgend praedicaat en subject in de praemissen.

Geene der praemissen kan bijzonder ontkennend zijn. Bij eene algemeen ontkennende assumtie zal de conclusie algemeen ontkennend wezen; in elk ander geval is zij bevestigend of ontkennend, doch niet algemeen.

Men heeft dienvolgens deze 5 modi:

A,A,I ; A,E,E ; E,A,O ; E,I,O ; I,A,I.

20. **Voorrang der eerste figuur in het bewijsvoeren. Over de mogelijke herleiding der *modi* van de overige figuren tot dien der eerste figuur, door conversie van termen en verwisseling der praemissen.**

§ II.

Over het bewijzen *of over* bewijsvoering.

1. Wat men verstaan moet door een bewijs (*demonstratio*). Bewijsgronden (*principia*); bewijsredenen (*argumenta*). Wiskundige en zedelijke klaarblijkelijkheid. De wiskundige bewijzen voeren volstrektelijk tot zekerheid. Onderscheid tusschen bewijzen (*demonstrare*) en betoogen (*probare*).
2. Onderscheiding van bewijzen ten aanzien van *methode* of *trant*, en ten aanzien van *vorm*.
   De bewijs-methode is zamenstellend, *synthetisch*, of ontbindend, *analytisch*.
   De bewijsvorm is regtstreeksch (*direct*) of tegenstellend (*indirect*).
3. Over de *bewijs-methoden*.
   a. Over de synthetische methode, ook wel opklimmende of voortgaande methode (*methodus progressiva*), voerende van de beginselen tot de gevolgtrekkingen.
   b. Over de analytische of teruggaande methode (*methodus regressiva*) geleidende tot de beginselen uit de gevolgtrekkingen.
   c. Over het vereenigd gebruik der beide methoden.
4. Over de *bewijs-vormen*.
   a. Regtstreeksche bewijzen (*demonstrationes directae*).
   b. Tegenstellende of indirecte bewijzen (*demonstrationes indirectae*); bewijzen uit of tot het onmogelijke of ongerijmde (*demonstrationes ex absurdo, ad absurdum, demonstrationes apagogicae*).
   c. Beginsel der tegenstellende bewijzen.

c. Onderscheid tusschen analytische directe en indirecte bewijzen.

d. Vergelijking dezer beide bewijs-vormen.

Voorkeur, aan den regtstreekschen vorm, in het algemeen, toe te kennen. Nuttig gebruik van den tegenstellenden vorm.

5. *Regels*, bij het bewijsvoeren in acht te nemen.

a. Men gronde een bewijs op juiste begrips-verklaring.

b. In een bewijs zij geene afwijking van den grondslag.

Het gevolg van afwijking is ongenoegzaam of ook te veel bewijzen.

c. De volgorde der bewijsredenen zij naauwkeuring en aaneengeschakeld. Het bewijs zij bondig.

d. Men ontleene de bewijsredenen uit erkende of bewezene oordeelen.

e. Men bewijze dus niet door het gestelde (*idem per idem*), noch door onbewezene, onzekere of elkander insluitende praemissen (*per petitionem principii*).

f. Het bewijs zij geene redenering in een kring of cirkel (*demonstratio in orbem*). De redenering moet voortgaan, niet teruggaan.

6. Over het syllogistisch bewijzen van voorstellen.

Nuttigheid hiervan, ook om striktelijk te kunnen beoordeelen of een bewijs juist zij.

§ III.

Hoofdpunten van eenige opmerkingen over de wiskundige Methode (*).

1. Over de wijze waarop, volgens de voorschriften der Logica, waar-

(*) Uithoofde van het gewigt der zaak zijn de hoofdpunten over dit onderwerp ruimer omschreven, en tot in eenige meerdere bijzonderheden uitgebreid, dan de regel, om hoofdsom van hoofdpunten op te maken, of het oogmerk, om alleenlijk de kern der zaken bloot te leggen, zou geeischt hebben.

heid wordt bevat en aangetoond; dat is over de zoogenaamde *logische Methode.* Aard en doel van deze Methode.

2. Waarom de logische Methode, bij de behandeling van onderwerpen der wiskunde, zonder beperking of strengelijk kan toegepast of aangewend worden.
3. Over de wijze, volgens welke de waarheid in de wiskunde, naar den aard van haar onderwerp, wordt opgespoord, of moet aangetoond en gekend worden. *Wiskundige Methode* (*Methodus mathematica ; Ratio mathematica*).

Op zeer weinige of op enkele na zijn de begrippen, in de wiskunde, gevormde begrippen. Zij kunnen volkomen verklaard worden. Het verbinden dezer begrippen tot oordeelen, en het vormen van oordeel uit oordeel, kan onbeperkt volgens de beginselen en voorschriften der redeneerkunde geschieden. Van daar dat de wijze, waarop dit voortgaat, eenvoudig kan zijn en helder, onveranderlijk en bondig. Dus bestaat ook in de wiskunde, — in de wetenschap der hoegrootheden, — het eigenaardige van de wijze, om tot de kennis der stof of van het onderwerp te geraken, in de eenvoudige, duidelijke en bondige voorstelling der begrippen, — in de geleidelijk opvolgende verbinding der begrippen, — in het gebruik van bepaalde, doch eenvoudige en weinige, vormen van oordeelen of voorstellen, met name van *definitiën*, *axiomata* en *postulata*, — en in den onveranderlijken en wissen en strengen gang van het bewijzen. Zij heet *wiskundige methode*, omdat zij, in de wiskunde, én doorgaand zonder afwijking kan gevolgd, én, uit den aard van de stof, noodwendiglijk moet gevolgd worden. Zij is dus, om zoo te spreken, bij uitnemendheid aan de wiskunde eigen. Maar dit heeft dan toch inzonderheid betrekking tot den vorm, en geenszins tot de beginselen der Methode. Daarom kan zij algemeen gedacht worden; en alsdan is zij, zonder onderwerp van toepassing, eene zuivere logische methode, onder een bepaalden vorm, — de onveranderlijk strenge en juiste orde en wijze voor het denken en kennen, gegrond op den aard van het kenvermogen, op de algemeene redebeginselen of denkwetten. En, onafhankelijk van toepassing op de onderwerpen der wiskunde, kan men derhalve de methode in dezelfde volkomenheid denken, toepasselijk op alle en bij alle zuiver verstandelijk, maar zamenhangend en stelselmatig onderzoek. In dezen zin dan, zou men de wiskundige methode kunnen bepalen te zijn: *de orde in denken en redeneren, welke, strengelijk en stelselmatig, uit zekere, noodzakelijke of vaste beginselen, tot wisse gevolgtrekkingen voert.*

4. Hoofd-kenmerken der wiskundige methode.

Strengheid in het stellen of vormen en gebruiken van weinige, maar zekere of onwrikbare, beginselen, en in het daaruit, op eenvoudige en eenparige, maar bondige en stelselmatige wijze, afleiden van juiste gevolgtrekkingen. Dus onveranderlijkheid in de eigene en klaarblijkelijke wijze, om naauwkeurigst van beginselen tot gevolgtrekkingen voort te gaan, en in het vollediglijk en zamenhangend beschouwen en onderzoeken.

5. In bijzonderheden ontwikkeld, kan men uit de hoofdkenmerken de navolgende stellen, als zoo vele vereischten, aan welke men moet trachten te voldoen, of tot het in acht nemen van welke de beoefening der wiskunde, volgens hare methode, gewent en aanleiding geeft.

Juistheid van begripsverklaringen; onwrikbaarheid, vastheid, zekerheid van grondslagen tot redenering.

Naauwkeurigheid in het afscheiden der hoofd- en onderdeelen van begrippen; naauwlettendheid, omzigtigheid in het overwegen en onderscheiden.

Klaarheid, beknoptheid, bondigheid van voorstelling en uitdrukking der begrippen; striktheid en gemakkelijkheid bij het vormen van oordeelen, of tot het verbinden en afscheiden van begrippen, in de Mathesis zelve zoo zeer uitmuntende door het gebruik van gepaste teekens en aanschouwingen, aan den aard van het onderwerp verbonden, en ook door de eenvoudigheid en verstaanbaarheid der bewoordingen, juist gekozen en afgemeten naar de begrippen, nimmer van twijfelachtige beteekenis, en zoodanig vereenigd, dat het noodige gebruikt, het omslagtige vermeden en het overtollige uitgesloten worde.

Hechtheid der hulpmiddelen tot redenering; gelijksoortigheid van die hulpmiddelen; regelmatige en standvastige wijze van hun gebruik. Derhalve strengheid in het bewijsvoeren volgens de voorschriften der Logica, — het bestendiglijk ontleenen van bewijsredenen uit het bewezene, — het nimmer als zeker aannemen van een onbewezen iets, — en het striktelijk bewijzen van al hetgeen voor bewijs vatbaar is. Maar dan ook het onbewezene, onontwikkelde, onverklaarde, onbekende, niet voor onbewijsbaar, onontbindbaar, onverklaarbaar, onoplosbaar of onmogelijk houden, zoo lang men er geene wisse, of althans voldoende, gronden voor bezit.

Eindelijk, onveranderlijkheid in orde en voortgang van beschouwingen en onderzoek; het aaneengeschakeld zijn of doorgaand zamenhangen en aansluiten van begripsafleidingen en oordeels-vormingen, zoodat het volgende grond hebbe in, afhange van, of steune op het voorgaande, daaruit kracht en licht ontvange, en niets vreemds, moeijelijks en onverklaards, bevatte. En hierdoor dan ook volledigheid van overzigt der deelen, helder inzigt van hun verband.

6. Over de synthetische orde van beschouwen en behandelen der onderwerpen van de wiskunde.

7. Over het bepaalde gebruik der analytische wijze van aantoonen, of tot besluit komen en opsporen, in wiskundig onderzoek.

8. Over hetgeen men, hoewel veelal onnaauwkeuriglijk, in de behandeling van een onderwerp der wiskunde, door analytische en synthetische wijze van onderzoeken, opsporen en ontvouwen of ontwikkelen, gewoon is te verstaan.

9. Voortreffelijkheid der wiskundige methode.

Zij vereenigt in zich, wat men, om volkomene kennis te verkrijgen, en om wetenschap uit te breiden of te vermeerderen, als wenschelijk en noodig kan stellen

of bedingen. Naar aanleiding van hetgeen in art. 4 is uitgedrukt, is boven haar geene andere methode.

Haar gebruik, of de oefening om haar te volgen en aan te wenden, voert dus tot, of geeft rigtsnoer en aanleiding tot het verkrijgen van *stelselmatige kennis*, van hechte en naauwkeurige, in logische orde zamenhangende, heldere en volledige kennis.

10. Over het gepast gebruik der wiskundige methode.

Over de vruchten, welke de oefening in het gebruik der strengste orde van denken kan geven, zoo wel tot het meest bevorderen van juistheid in oordeelen en redeneren, als inzonderheid ten aanzien van het beter leeren kennen, naauwkeuriger beschouwen, en volledíger onderzoeken van onderwerpen der zoogenaamde niet strenge wetenschappen.

